Le tavole *input-output*
Il modello delle interdipendenze

Jacopo Di Cocco
Corso di Contabilità nazionale
Facoltà di Economia sede di Bologna

Articolazione degli argomenti

- Il modello intersettoriale di Leontief
- Calcolo dei coefficienti diretti
- Coefficienti di fabbisogno diretto ed indiretto (moltiplicatori e indotti)
- Le attivazioni impresse e ricevute

Matrici e vettori del modello IO

- Dalla tavola simmetrica si estraggono le matrici ed i vettori necessari a calcolare i coefficienti di fabbisogno diretto e di fabbisogno diretto ed indiretto (d'attivazione) forniti dal modello *Input Output* definito da W. Leontief
- Matrici e vettori sono standardizzati eliminando i vettori ottenuti per somma, sottrazione o suddivisione di altri presenti nelle tavole (righe o colonne dipendenti)
- Seguono simboli, identità ed equazioni del modello, si fa particolare riferimento alle tavole prodotto per prodotto anche se esse possono essere facilmente estese a quelle branca per branca.

Matrici e vettori della TIO simmetrica (1)

$\mathbf{X}$ = matrice calcolata degli scambi intermedi

${}_{\mathbf{t}}\mathbf{X} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{X} + {}_{\mathbf{i}}\mathbf{X}$; la matrice si articola per origine

${}_{\mathbf{t}}\mathbf{F}$ = matrice degli impieghi finali: prodotto per impiego

${}_{\mathbf{t}}\mathbf{F} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{F} + {}_{\mathbf{i}}\mathbf{F}$; la matrice si articola per origine

Nel modello semplificato consideriamo sintetizzati in un vettore

i tre principali impieghi finali per cui si ha:

$\mathbf{Fu} = \mathbf{f_e} + \mathbf{f_c} + \mathbf{f}_i$; gli impeghi finali comprendono consumi, investimenti

e la domanda estera (esportazioni)

$\mathbf{q}$ = vettore degli impieghi totali, identico alla combinata

si articola per origine: ${}_{\mathbf{t}}\mathbf{q} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{q} + {}_{\mathbf{i}}\mathbf{q}$

Matrici e vettori della TIO simmetrica (2)

$\mathbf{Y}$ = matrice del valore aggiunto per prodotto (colonne) e per componente (salari, ammortamenti, risultato di gestione)

$\mathbf{Yu}$ = vettore riga del valore aggiunto ai prezzi base

$\mathbf{s} = {}_{\mathbf{t}}\mathbf{X'u} + \mathbf{Y'u} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{q}$ = produzione dei prodotti od offerta coincidente con gli impieghi di origine interna

$\mathbf{m} = {}_{\mathbf{i}}\mathbf{q} = {}_{\mathbf{i}}\mathbf{Xu} + {}_{\mathbf{i}}\mathbf{Fu}$ = vettore delle importazioni totali per prodotto

$\mathbf{r} = {}_{\mathbf{t}}\mathbf{q} = \mathbf{X'u} + \mathbf{Y'u} + \mathbf{m}$ = vettore delle risorse = agli impieghi totali di qualsiasi origine ai prezzi base

Relazioni fondamentali d'equilibrio

Gli impieghi totali sono la somma di quelli intermedi e di quelli finali

$_{t}\mathbf{q}=_{t}\mathbf{Xu}+_{t}\mathbf{Fu};_{p}\mathbf{q}=_{p}\mathbf{Xu}+_{p}\mathbf{Fu};_{i}\mathbf{q}=_{i}\mathbf{Xu}+_{i}\mathbf{Fu}$

il valore delle risorse è dato dai costi della produzione più quello delle importazioni

$\mathbf{r}=_{t}\mathbf{X'u}+\mathbf{Y'u}+\mathbf{m};\mathbf{s}=_{t}\mathbf{X'u}+\mathbf{Y'u};\mathbf{r}=\mathbf{s}+\mathbf{m}$

Dato che: $_{t}\mathbf{q}=\mathbf{r}$ si ha: $_{t}\mathbf{Xu}+_{t}\mathbf{Fu}=\mathbf{s}+\mathbf{m}$ da cui:

$\mathbf{s}=_{t}\mathbf{Xu}+_{t}\mathbf{Fu}-\mathbf{m}$: la produzione dell'economia dipende dalla domanda totale meno la quota fornita dall'esterno.

Valgono anche le seguenti relazioni: $\mathbf{s}=_{p}\mathbf{Xu}+_{p}\mathbf{Fu}$: la produzione dipende dalla domanda interna ed estera di prodotti nazionali

$\mathbf{m}=_{i}\mathbf{Xu}+_{i}\mathbf{Fu}$: le importazioni dipendono dai fabbisogni itermedi e dalla domanda finale di beni e servizi importati

Il modello verticale (basato sulla matrice dei totali)

Si fornisce un modello indipendente dalla scelta dell'ipotesi tecnologica adottata.

Ipotesi di linearità: ogni variazione della produzione genera una variazione proporzionale degli impieghi intermedi: ${}_t\mathbf{X}={}_t\mathbf{A}\hat{\mathbf{S}}$ con ${}_t\mathbf{A}$ matrice della tecnica in quanto varia solo al variare della tecnica adottata;

sostituendola nella: $\mathbf{s}={}_t\mathbf{X}\mathbf{u}+{}_t\mathbf{F}\mathbf{u}-\mathbf{m}$ si ha: $\mathbf{s}={}_t\mathbf{A}\mathbf{s}+{}_t\mathbf{F}\mathbf{u}-\mathbf{m}$

trasformando e raccogliendo si ha: $(\mathbf{I}-{}_t\mathbf{A})\mathbf{s}={}_t\mathbf{F}\mathbf{u}-\mathbf{m}$:

l'offerta finale interna deve soddisfare la domanda finale al netto importazioni.

La $(\mathbf{I}-{}_t\mathbf{A})$ è chiamata matrice tecnica di Leontief è tutta di numeri inferiori ad 1, in valore assoluto, positivi sulla diagonale principale negativi o nulli nelle altre caselle.

Isolando $\mathbf{s}$ si ha: $\mathbf{s}=(\mathbf{I}-{}_t\mathbf{A})^{-1}({}_t\mathbf{F}\mathbf{u}-\mathbf{m})$ la produzione necessaria a soddisfare una data domanda finale, al netto delle importazioni.

Il modello verticale (basato sulla matrice dei dati interni)

Empiricamente resta valida l'ipotesi di linearità: $_{\mathbf{p}}\mathbf{X} = {}^{\mathbf{P}}{}_{\mathbf{p}}\mathbf{A}\hat{\mathbf{S}}$

sostituendola nella $\mathbf{s} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{Xu} + {}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}$ si ha $\mathbf{s} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{As} + {}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}$

trasformando e raccogliendo si ha $\mathbf{(I\text{-}{}_{p}A)s} = {}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}$:

offerta finale interna = domanda finale di prodotti nazionali.

La $\mathbf{(I\text{-}{}_{p}A)}$ è chiamata matrice di Leontief dei coefficienti di spesa è tutta di numeri inferiori ad 1 in valore assoluto, positivi sulla diagonale principale negativi o nulli nelle altre caselle.

Isolando **s** si ha : $\mathbf{s} = \mathbf{(I\text{-}{}_{p}A)^{-1}}\,{}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}$: la produzione è funzione del vettore della domanda finale treamite la matrice dei coefficienti $\mathbf{(I\text{-}{}_{p}A)}^{-1}$.

Le matrici dei coefficienti di fabbisogno diretto ed indiretto

La $\mathbf{(I\text{-}_t A)}^{-1}$ è detta inversa tecnica di Leontief ha numeri tutti positivi, uguali o superiori ad 1 sulla diagonale principale inferiori ad 1 nelle altre caselle. Rappresenta i coefficienti di fabbisogno diretto ed indiretto in quanto ciascun elemento *ij* rappresenta il fabbisogno del prodotto *i* per la produzione del bene o servizio *j* sia presso il produttore di *j* sia presso i suoi fornitori diretti ed indiretti, nazionali o esteri quando la domanda finale del prodotto *i* nazionale varia di una unità.

La $\mathbf{(I\text{-}_p A)}^{-1}$ è detta inversa di Leontief dei coefficienti di spesa ha numeri tutti positivi, uguali o superiori ad 1 sulla diagonale principale inferiori ad 1 nelle altre caselle. Rappresenta i coefficienti di fabbisogno diretto ed indiretto di produzione nazionale.

Lo sviluppo in serie dell'inversa

- Date le caratteristiche matematiche della matrice di Leontief l'inversa può essere calcolata tramite uno sviluppo in serie che mostra gli effetti decrescenti della diffusione degli impulsi ai fornitori di grado successivo.

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\mathbf{I}+\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^3+\mathbf{A}^4+\cdots$$

Lo sviluppo vale per entrambe le inverse.

Considerando quella interna i successivi impulsi alla produzione sono:

$$\mathbf{s}={}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}+{}_{\mathbf{p}}\mathbf{A}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}+{}_{\mathbf{p}}\mathbf{A}^2{}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}+{}_{\mathbf{p}}\mathbf{A}^3{}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}+{}_{\mathbf{p}}\mathbf{A}^4{}_{\mathbf{p}}\mathbf{Fu}+\cdots$$

ove gli elementi delle **A** decrescono rapidamente di valore all'aumento dell'esponente, in quanto inizialmente inferiori ad 1 in valore assoluto.

Attivazioni impresse e ricevute

Le somme per riga e per colonna delle $\mathbf{(I - A)}^{-1}$ danno dei moltiplicatori economici molto utili all'analisi. $\mathbf{(I - A)}^{-1}\mathbf{u}$ (somma orizzontale) dà la sensibilità di dispersione o le attivazioni ricevute che misurano l'effetto moltiplicatore della variazione unitaria della domanda finale di tutti i prodotti sulla produzione di ciascun prodotto.

$\mathbf{u'(I - A)}^{-1}$ o somma verticale dà là potenza di dispersione o l'attivazione impressa ossia l'effetto moltiplicatore dell'impiego finale unitario di un prodotto sulla produzione di tutti i prodotti.

I due vettori ottenui sono quelli totali dell'indotto .

Fabbisogni diretti ed indiretti di fattori produttivi (*input* primari)

- Data l'ipotesi di linearità, anche gli *input* di fattori possono essere assunti come proporzionali alla produzione per cui:

Definiamo **z** come il vettore dei coefficienti di valore aggiunto per unità di prodotto **Z** è la matrice dei coefficienti dei fattori primari componenti il VA:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\hat{\mathbf{s}}; \mathbf{Z} = \mathbf{Y}\hat{\mathbf{s}}^{-1}$$

Per avere l'effetto diretto ed indiretto sull'impiego di fattori si proporziona l'impiego dei fattori alla variazione unitaria indotta nella produzione:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{y,p}} = \mathbf{Z}(\mathbf{I}\text{-}_{\mathbf{p}}\mathbf{A})^{\mathbf{-1}}$$

ove le righe di sono quelle della matrice del valore aggiunto.

Post moltiplicando $\mathbf{K}*_{\mathbf{p}}\mathbf{F}$ si ha una matrice che mostra i contenuti diretti ed indiretti di fattori primari in ciascuna categoria di impieghi finali.

Fabbisogni diretti ed indiretti d'importazioni

- Analogamente si può calcolare il fabbisogno diretto ed indiretto di importazioni attivato dalla domanda anche di prodotti nazionali e il contenuto diretto ed indiretto in quelli inclusi nella domanda finale.

$$ {}_{\mathbf{m}}\mathbf{X} = {}_{\mathbf{m}}\mathbf{A}_{\mathbf{m}}\hat{\mathbf{s}}; {}_{\mathbf{m}}\mathbf{A} = {}_{\mathbf{m}}\mathbf{X}\hat{\mathbf{s}}^{-1} $$

Per avere l'effetto diretto ed indiretto della domanda finale unitaria sul fabbisogno d'importazione si proporzionano le importazioni alla variazione unitaria indotta nella produzione: $\mathbf{L}_{\mathbf{p,p}} = {}_{\mathbf{m}}\mathbf{A}(\mathbf{I} - {}_{\mathbf{p}}\mathbf{A})^{-1}$ ove L è una matrice quadrata prodotto per prodotto. Post moltiplicando $\mathbf{L} * {}_{\mathbf{p}}\mathbf{F}$ si ha una matrice $p * n$ che mostra i contenuti diretti ed indiretti di importazioni in ciascuna delle n categorie di impieghi finali.

Uso delle tavole nell’analisi economica

- A conferma e sviluppo di quanto mostrato il SEC sottolinea che:
  - *Le tavole delle risorse e degli impieghi possono essere utilizzate per scopi tanto statistici quanto analitici.*
  - *Le tavole delle risorse e degli impieghi e la tavola delle interdipendenze simmetrica forniscono una immagine particolareggiata della composizione delle risorse e degli impieghi di beni, di servizi e del lavoro, nonché dei relativi redditi primari. Queste tavole ed i rapporti che possono esserne ricavati, quali i dati sulla produttività, costituiscono un elemento importante dell’analisi economica.*

Altri indicatori calcolabili

- Le tavole delle risorse e degli impieghi e la tavola delle interdipendenze simmetrica possono essere utilizzate per calcolare gli effetti delle variazioni :
  - dei prezzi o delle aliquote fiscali sui valori delle risorse o degli impieghi;
  - di volume sui valori delle risorse o degli impieghi;
  - dei prezzi delle risorse sui prezzi degli impieghi;
  - del volume degli impieghi sul volume delle risorse;
  - del volume delle risorse sul volume degli impieghi.
- I calcoli possono mettere in luce non solo gli effetti diretti, ma anche quelli indiretti.

Le ipotesi del modello I/O

- Fra le ipotesi più comuni possiamo citare:
  - una struttura costante degli input in termini di valore;
  - una composizione costante del valore della produzione per branca e per prodotto;
  - una composizione costante del valore della spesa per consumi finali delle famiglie per prodotto.
- Queste ipotesi sono alquanto rigide poiché esse implicano che i prezzi relativi non cambino, che i processi di produzione restino invariati sotto il profilo tecnologico e che non si verifichi alcuna sostituzione tra le categorie di spesa per consumi finali delle famiglie. Tuttavia, tali ipotesi generali possono essere modificate apportando dapprima variazioni ai prezzi relativi (ad esempio, il modello dei prezzi di Leontief). Successivamente è possibile ampliarle, procedendo a stime econometriche, o di altro tipo, dell'influenza dei prezzi relativi e di altre variabili sui coefficienti tecnici o la spesa per consumi finali delle famiglie.

Alcune analisi suggerite dal SEC

- *Le tavole delle risorse e degli impieghi e la tavola delle interdipendenze simmetrica possono essere integrate in modelli macroeconomici, conferendo a questi ultimi una base mesoeconomica dettagliata. Specifici tipi di analisi che possono avvalersi delle tavole delle risorse e degli impieghi e della tavola delle interdipendenze simmetrica sono, ad esempio:*
  - *analisi della produzione, delle strutture dei costi e della produttività;*
  - *analisi dei prezzi;*
  - *analisi dell'occupazione;*
  - *analisi della struttura degli investimenti, dei consumi finali, delle esportazioni, ecc.;*
  - *analisi della relazione fra produzione interna e ambiente (ad esempio, impiego di prodotti specifici quali combustibili, carta e vetro);*
  - *analisi delle importazioni di energia;*
  - *analisi dell'impatto di nuove tecnologie;*
  - *analisi della sensibilità alle variazioni delle aliquote e delle normative fiscali.*

Riferimenti bibliografici

- Vincenzo Siesto, *La contabilità nazionale italiana: il sistema dei conti del 2000*, il Mulino 1997.
- EUROSTAT, *Sistema europeo dei conti – SEC 1995*, Lussemburgo, 1996. Capitolo 9°
- Lucidi delle lezioni (su Alm@DL-Campus)
- J.Di Cocco, *Un esercizio numerico del modello IO e del nuovo schema*, 2000
- ISTAT, Tavole *input-otput* e relativa nota metodologica
- **Il nuovo approccio integrato ai conti nazionali – le tavole delle risorse e degli impieghi**, *Mantegazza, Susanna;Pascarella, Claudio; 2006*
- Economia delle interdipendenze produttive : una introduzione all'analisi input-output / P. Costa, G. Marangoni ; prefazione di Wassily Leontief. - Padova : CEDAM, 1995.